

薄肉シェル構造の形状最適設計について

An Approach of Shape Optimum Design of Thin Shell Structure

○ 正 趙 希祿（富士テク） 中村 和彦（富士テク）

Xilu ZHAO, Fuji Technical Research Inc., Tenno-cho, Hodogaya-ku, Yokohama
Kazuhiko NAKAMURA, Fuji Technical Research Inc.

In this paper, we consider the thin shell structure with 3-dimensional complicated shape to be a research object, and deal with an improvement of the static and dynamic mechanical characteristics of 3-dimensional shell structure into the purpose of optimum design. For optimization of 3-dimensional structure shape parameter, in order to treat defining and changing geometrical shape of shell structure effectively, we applied the shape optimization technique that used the basis vector method. Finally, we calculated some shape optimization result of 3-dimensional thin shell structures, what verified validity of the method, which it proposed in this paper.

Key Words: Shape Optimization, Shell Structure, Structural Design

幅広い産業界に使われている三次元的な複雑形状をもつ薄肉シェル構造では、設計上の関係での形状変更に伴いシェル構造の静動的な力学特性が激しく変化するのは通例である。実際にシェル構造を設計する際に、すべての性能要求と挙動応答を考慮したうえで、各幾何学形状パラメータを適切に選択して、さらにシェル構造を構成される詳細寸法までを決定するのは非常に困難であり、ほとんどの場合は設計者の経験や勘に任せている。

最近、板やシェル等の薄肉構造の最適化に関する研究は非常に進んでいる。数々の研究成果が論文や著書などにまとめられている。構造最適化は FEM 構造解析と最適化手法を組合せ、設計上の諸条件を考慮した最適な構造パラメータ及びその組合せをコンピュータ数値計算で得ることができる。従来、設計者の経験や勘をもとに行ってきた設計改良の繰返し作業をコンピュータで計算することによって実施し、設計品質の向上と設計期間の短縮および設計コストの削減が実現できる。通常の構造最適化は、設計変数の性質により寸法最適化、形状最適化と位相最適化に分類することができ、その中に形状最適化はもっとも使われるとされている。

従来の形状最適化では、複雑な形状変更の定義と表現するには、直接に境界節点を移動する方法、境界を表す既知関数の組合せによる方法、要素パターンを変更する方法、逆変分原理による方法などを用いているが、最適化計算サイクルの中で関連する形状パラメータを調整して構造形状を修正する。しかし、これらの方法を使って実際の設計問題を計算する時に、設計変数のグルーピングや解析メッシュのリメッシングなどの問題が存在している。複雑な形状最適化問題が対応でき、幅広く使われる方法はまだ確立していない。

本文に扱う形状最適化問題に適用するベシスベクトル法は、通常的设计業務に近い考え方を用い、事前に設計者から加工条件や他の部品との組立関係などを考慮したうえで、幾つかの基本形状変更パターン及び変更範囲を設定する。それから、各基本形状にそれぞれ重み係数を掛けたうえで足し合わせる方法で新しい構造形状を形成する。最適化計算中、各重み係数をそのまま設計変数にし、数理計画法などの最適化手法を用い最適な重み係数を求めることによって最適な

構造形状を求めることができる。ここでは、各基本形状パターンは同様な位相構成をもつ節点座標ベクトルの形で数式的に表現されたので、この手法はベシスベクトル法と呼ばれる。

ベシスベクトル法を用い3つの最適化事例を計算した。(1)扇風機フッター板の固有振動数最適化である。構造の固有振動数が駆動電力周波数とその整数倍では構造の共振する危険性が高いと考え、なるべく固有振動数を上記の各周波数の中間点に近づける目的で最適化計算を実施した。初期形状での固有振動数と比べ、最適形状での固有振動数はそれぞれ駆動電力周波数の倍数の中間点付近に移された。

(2)コネクタプレートの形状最適化である。最適化計算の目的は応力集中部の境界形状を調整することによって集中応力を低減することである。制約条件は構造重量が初期重量より小さい、荷重点変位が許容値より小さいとする。最適形状では、コネクタプレートの外部形状は直線から滑らかなの曲線となり、下部応力集中部分の曲率半径は大きくなった。応力集中は約9.65%低減し全体的にかなり緩和された。

(3)乗用車のリアフロアの形状最適化である。最適化の目的は一次と二次振動数が共に150Hzに近づけることであり、制約条件は三次と四次振動数が共に170Hz以上とする。最適構造での一次と二次振動数は初期構造より値を倍ぐらい増加して、共に目標値の150Hzに近い周波数に達成した。三次と四次振動数は共に170Hzより大きい制約条件を満足した。最適化結果により、構造全体剛性を補強し固有振動数を増加させるためには、リアフロアの最も剛性の弱いと思われる底平面の部分の補強することが非常に有効であることが分かった。

本文では、様々な設計分野によく見られている三次元板やシェル等の薄肉構造の静動特性最適化問題を取扱い、形状最適化にはベシスベクトル手法を適用し、その設計変数は構造の形状変更を表すベシスベクトル係数とする。制約条件は構造重量、静的な変位と応力、動的な固有振動数を含める。最適化手法は逐次2次計画法(SQP)を用いる。実際の幾つかの薄肉構造形状最適化問題を計算して、本手法の妥当性と有効性を検証した。

1. はしがき

三次元的な複雑形状をもつ薄肉構造では、形状の変更に伴い構造の力学特性が激しく変化するのは通例である。設計する際に、各幾何学形状パラメータを適切に選択し詳細まで決定するのは非常に困難である。

最近、板やシェル等の薄肉構造の最適設計に関する研究は非常に進んでいる。構造最適化は、FEM 構造解析と最適化手法を組合せ、設計上の諸条件を考慮した最適な構造をコンピュータ数値計算で得ることができる。従来、設計者の経験や勘をもとに行ってきた設計改良の繰返し作業をコンピュータで計算することによって実施し、設計品質の向上と設計期間の短縮および設計コストの削減が実現できる。

しかし、設計現場の立場からみると、構造最適化の応用はまだ十分に行われておらず、多数の研究成果は研究室あるいは研究論文のレベルで止まっているのが現状である。

従来の形状最適化では、複雑な形状変更を表現するため、直接に表面節点移動による方法、境界を表す既知関数の組合せによる方法、要素パターンを変更する方法、逆変分原理による方法などを用いて、最適化計算サイクルの中で形状を修正する。しかし、これらの方法を使って実際の設計問題を計算する時に、変数のグルーピングや解析メッシュのリメッシングなどの問題が存在している。複雑な形状最適化問題が対応でき、幅広く使われる方法はまだ確立していない。

本文では、様々な設計分野によく見られている三次元板やシェル等の薄肉構造の静動特性最適化問題を取扱い、形状最適化にはベシスベクトル手法を適用し、その設計変数は構造の形状変更を表すベシスベクトル係数とする。制約条件は構造重量、静的な変位と応力、動的な固有振動数を含める。最適化手法は逐次2次計画法(SQP)を用いる。実際の幾つかの薄肉構造形状最適化問題を計算して、本手法の妥当性と有効性を検証した。

2. 問題の設定

本文で扱う構造最適化問題は、下記のように定式化される。

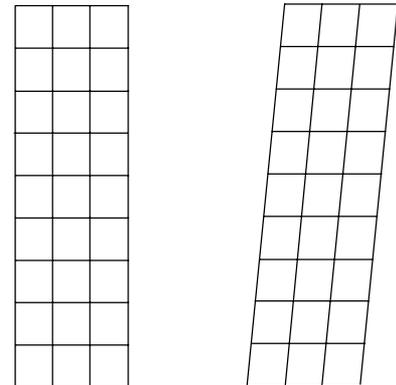
$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \\
 &\text{Minimize} && W = f(x) \quad \dots (1) \\
 &\text{Subject to} && x_{li} \leq x_i \leq x_{ui} \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 &&& u_{j1} \leq [u_{j1}] \quad j1 = 1, 2, \dots, m1 \\
 &&& \delta_{j2} \leq [\delta_{j2}] \quad j2 = 1, 2, \dots, m2 \\
 &&& \sigma_{j3} \leq [\sigma_{j3}] \quad j3 = 1, 2, \dots, m3 \\
 &&& \Delta\sigma_{j4} \leq [\Delta\sigma_{j4}] \quad j4 = 1, 2, \dots, m4 \\
 &&& \Omega_{j5} \leq [\Omega_{j5}] \quad j5 = 1, 2, \dots, m5 \\
 &&& \Omega_{j6} \geq [\Omega_{j6}] \quad j6 = 1, 2, \dots, m6
 \end{aligned}$$

ここでは、設計変数の ($x_i, i = 1, 2, \dots, n$) は、節点座標グループで表す形状変更ベシスベクトル係数とする。目的関数の $W = f(x)$ は、問題により、固有振動数 Ω_i とその期待値 $[\Omega_i]$ の差、構造の指定された部位の応力値や構造の最大変形量など構造応答値とする。側面制約条件の $x_{li} \leq x_i \leq x_{ui}$ は設計変数 x_i の両側にそれぞれ下限値 x_{li} と上限値 x_{ui} を課す。性能制約条件は6種類を含め、それぞれ節点変位、部品の撓み(節点変位差)、指定部位の応力、指定部位間の応力差、固有振動数の上限値と下限値で与える。よって、式(1)の最適化問題は、静的な制約条件と動的な制約条件を同時に含める。式(1)の最適化問題を解くため、逐次2次計画法を利用する。

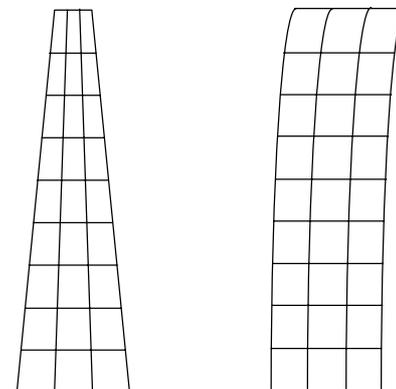
3. ベシスベクトル法

本文の形状最適化問題には、基本形状変更パターンをベシスとし、一つの設計変数で複数の節点を同時にコントロールできるベシスベクトル法を適用した。

ベシスベクトル法は、従来の各節点座標値を設計変数として用いる変わりに、あるまとまった節点グループの移動を一つの形状変化のパターンとみなし、一つの形状設計変数で対応させる。そして、いくつかの形状変化パターンを定義して、繰返し計算により最終的な最適な形状を得るための形状変化の基本形状として利用するものである。



(a) Original Shape (b) Basis Shape 1



(c) Basis Shape 2 (d) Basis Shape 3

Fig.1 An example of original and basis shapes

図1の例では、 $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は、各基本形状のもつ節点座標を順番に並べたベクトルを示す。実際の最適化計算では、各基本形状にそれぞれ重み係数をかけて組み合わせることにより、様々な形状を形成することができる。具体的には、次式で計算される。

$$\alpha = \alpha_0 + x_1(\alpha_1 - \alpha_0) + \dots + x_k(\alpha_k - \alpha_0) \quad \dots\dots(2)$$

ここでは、 α は形成される形状ベクトル、 α_0 はオリジナル形状ベクトル、 $\alpha_i (i=1,2,\dots,k)$ はベシスベクトルである。重み係数 x_i は直接に設計変数とする。

設計変数 x_i は、連続変数であるので、形成される形状の数は無限にあることが考えられる。計算中、数理計画法などの最適化手法を用い求めた最適なベシスベクトル重み係数の組合せを式(2)に代入して、式の左辺 α を用い最適な構造形状が形成することができる。

4. 適用事例

適用例1 扇風機フッタ板の固有振動数最適化

図2に示すのは、扇風機フッタ板の構造と自由振動解析モデルである。駆動電力の周波数を 50Hz と想定し、その整数倍の周波数 50Hz, 100Hz, 150Hz …… で構造は共振する可能性がもっとも高いと考え、できるだけ扇風機フッタ板の固有振動数を上記の各周波数の中間点 75Hz, 125Hz, 175Hz …… に設定したほうが有利であることが考えられる。

振動解析のモデルの節点数は 561、四角形シェル要素数は 500 である。形状最適化するため、設定した基本形状変更パターン、すなわちベシスベクトルは図3に示し、合わせて 7つである。

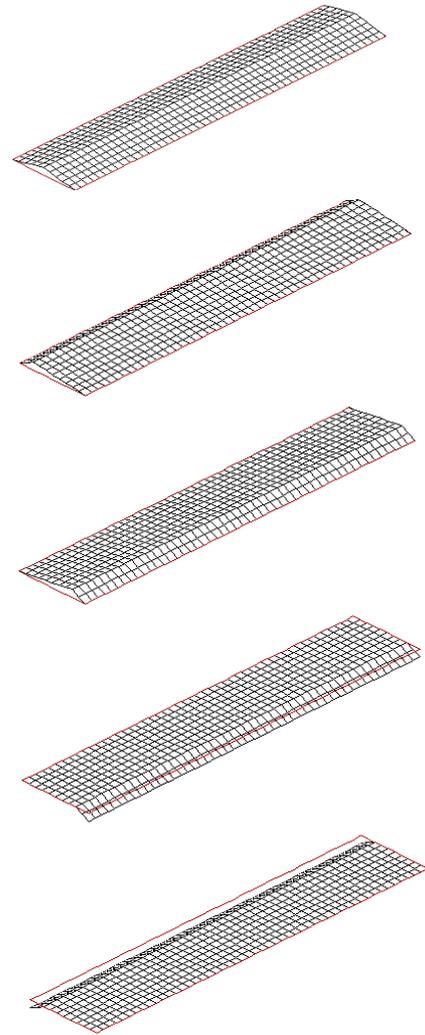


Fig.3 Basis shapes of electric fan plate

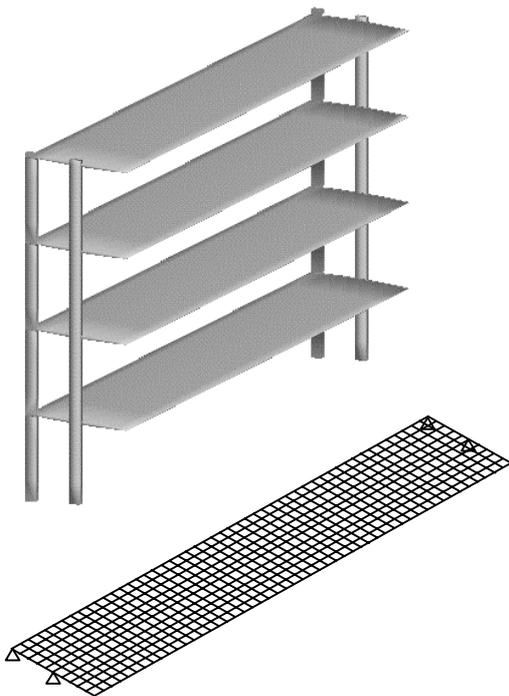


Fig2. Electric fan plate and vibration analysis model

最適化計算では、フッタ板の一次振動数 Ω_1 と二次振動数 Ω_2 に対する期待値によって、下記の八つの計算ケースを設定した。

- (1) Ω_1 75Hz
- (2) Ω_1 125Hz
- (3) Ω_1 175Hz
- (4) Ω_1 75Hz, Ω_2 125Hz
- (5) Ω_1 125Hz, Ω_2 175Hz
- (6) Ω_1 175Hz, Ω_2 225Hz
- (7) Ω_1 75Hz, Ω_2 175Hz
- (8) Ω_1 125Hz, Ω_2 225Hz

これらの期待値に達成するように最適化計算を行い、それぞれの最適形状での一次と二次振動数は下記の通りである。

- (1) $\Omega_1 = 74.41\text{Hz}, \Omega_2 = 168.80\text{Hz}$
- (2) $\Omega_1 = 125.52\text{Hz}, \Omega_2 = 224.38\text{Hz}$
- (3) $\Omega_1 = 168.98\text{Hz}, \Omega_2 = 172.91\text{Hz}$
- (4) $\Omega_1 = 36.77\text{Hz}, \Omega_2 = 129.99\text{Hz}$
- (5) $\Omega_1 = 125.08\text{Hz}, \Omega_2 = 174.90\text{Hz}$
- (6) $\Omega_1 = 168.23\text{Hz}, \Omega_2 = 224.89\text{Hz}$
- (7) $\Omega_1 = 74.38\text{Hz}, \Omega_2 = 174.77\text{Hz}$
- (8) $\Omega_1 = 123.86\text{Hz}, \Omega_2 = 225.93\text{Hz}$

Table.1 Optimal Coefficients of Basis Vector

Weight Coefficient	X1	X2	X3	X4	X5
Optimal Value	0.483	0.275	0.108	0.057	0.131

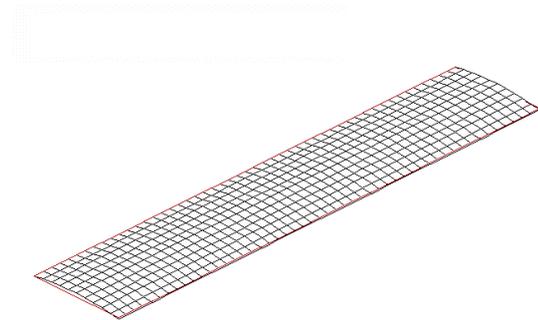


Fig.4 An optimal shape of electric fan plate

各計算ケースでの期待値と実現された固有振動数と比較して、数値的にもっとも近いケース(5)を最適結果とする。その形状は図4に示す。各ベシスベクトルに対応する最適な重み係数(採用比率)を表1に示す。

最適化する前の初期形状の平板での固有振動数 $\Omega_1 = 27.82\text{Hz}$, $\Omega_2 = 110.0\text{Hz}$ と比べ、最適形状での固有振動数 $\Omega_1 = 125.08\text{Hz}$, $\Omega_2 = 174.90\text{Hz}$ はそれぞれ駆動電力周波数の倍数 100Hz と 150Hz の中間点、および 150Hz と 175Hz の中間点に移された。その結果、有効に共振を防ぐ効果があることが解る。

適用例2 コネクタプレートの形状最適化

コネクタプレートの構造は図5に示す。プレートの下部に完全固定とする。上部に作用する荷重は 0.8kg である。

対称性により構造の半分を計算モデルとし、解析メッシュの節点数は 231、要素数は 182 である。材料定数はヤング率 11000kg/mm²、ポアソン比 0.33 である。

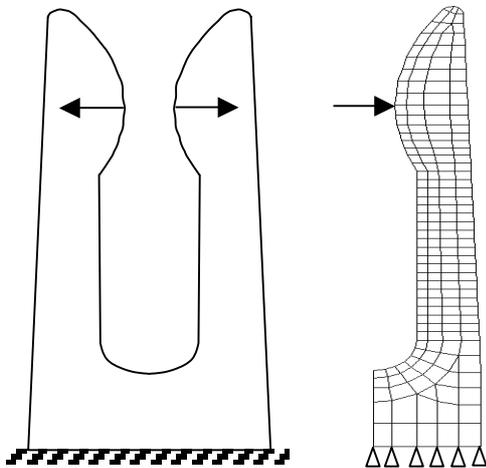


Fig.5 A connector plate and analysis model

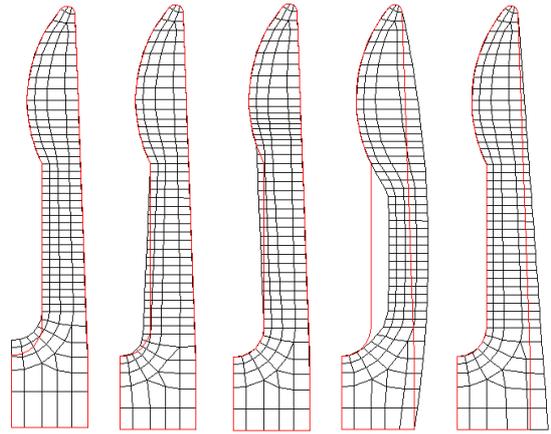
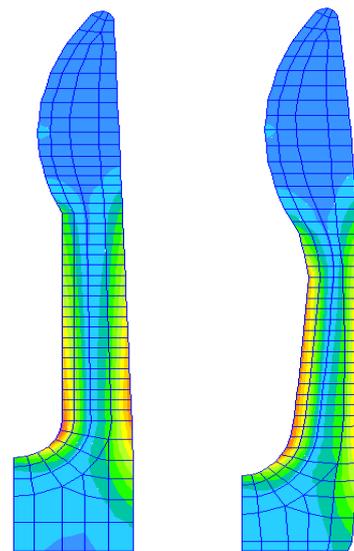


Fig.6 Basis Vectors of connector plate

最適化計算は下部応力集中部の境界形状を調整することによって集中応力を低減することである。そのため、目的関数は応力集中部位 6 つの要素の最大 Mises 応力値の和を最小化とする。制約条件は構造重量が初期重量より小さい、荷重点変位が 0.15mm より小さいとする。

形状最適化のためのベシスベクトルは図6に示し、合わせて5つである。計算中、各ベシスベクトルに重み係数をかけて足し合わせる方法で新しい形状を構成する。さらに各重み係数を調整して最適な形状を求める。

最適化前後の形状変化と応力分布は図7に示す。図中より、初期形状と比べ、コネクタプレートの外形は直線から滑らかな曲線となり、下部応力集中部分の曲率半径は大きくなって、内形形状は直線から外側に広げるような曲線となった。最大 Mises 応力は初期形状での 78.24kg/mm² から最適形状での 70.69kg/mm² まで約 9.65% 低減した。また、応力分布図より、初期形状では下部円弧部に激しく応力集中していたが、最適形状では、その応力集中がかなり緩和され、上の部分まで分散される傾向がよく見られる。



(a) Original shape (b) Optimal shape

Fig.7 Shape and stress change of connector plate

適用例3 乗用車のリアフロアの形状最適化

図8に示すのは、乗用車のリアフロア構造解析モデルである。パネルの周辺はシャーシやフレームなどに固定されるため、境界条件は周辺拘束として近似する。

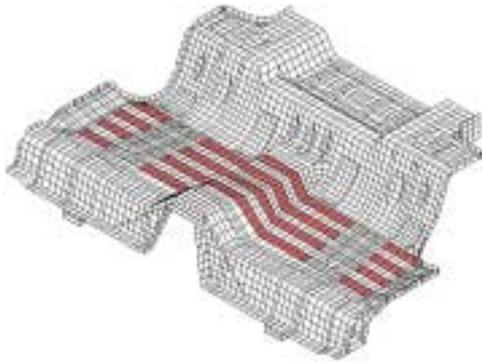
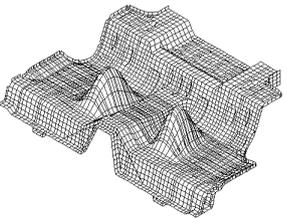
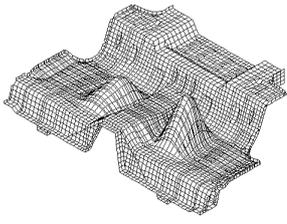
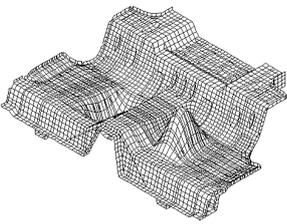
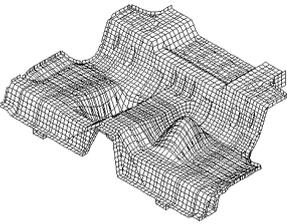
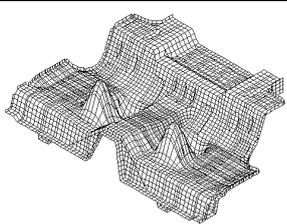
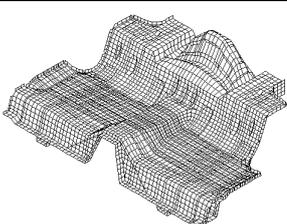
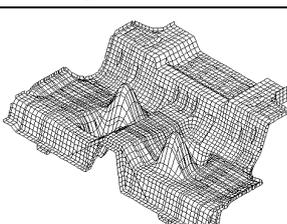
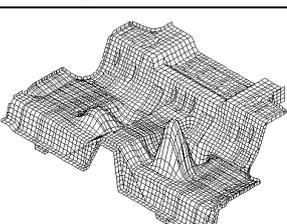


Fig.8 FEM Mesh and Design Variables of Rear Floor

Table.2 Comparison of Initial and Optimum Results

Initial Structure	Optimum Structure
	
$\Omega_1^0 = 85.49 \text{ Hz}$	$\Omega_1^* = 149.78 \text{ Hz}$
	
$\Omega_2^0 = 85.64 \text{ Hz}$	$\Omega_2^* = 150.18 \text{ Hz}$
	
$\Omega_3^0 = 139.16 \text{ Hz}$	$\Omega_3^* = 171.30 \text{ Hz}$
	
$\Omega_4^0 = 139.25 \text{ Hz}$	$\Omega_4^* = 186.06 \text{ Hz}$

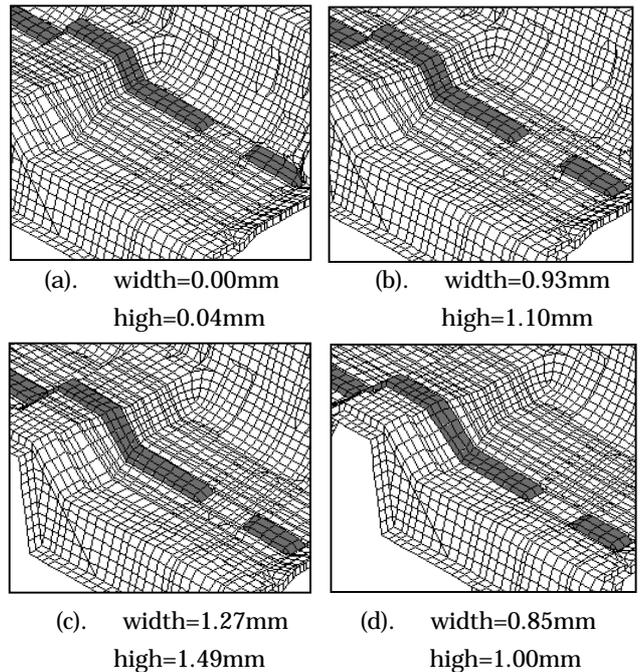


Fig.9 Change of Initial and Optimal Rear Floor Shape

FEM 解析メッシュの節点数は 5657，四角形シェル要素は 5960，三角形シェル要素は 310 である。最適化の目的関数は一次振動数 Ω_1 と二次振動数 Ω_2 が共に 150Hz に近づけることであり，制約条件は三次振動数 Ω_3 と四次振動数 Ω_4 が共に 170Hz 以上とする。設計変数は図8に示した4列突起部分（陰影）のそれぞれベースベクトルで表す高さとの幅の変化であり，合せて8個である。

最適構造での固有振動数結果を初期構造との比較を表2に示す。表中より，一次と二次振動数は初期構造より値を倍ぐらい増加して，共に目標値の 150Hz に近い周波数に達成した。三次と四次振動数は共に 170Hz より大きい制約条件を満足している。さらに，設計変数で表す形状の変化により，最適構造の振動モードは初期構造と比較して，一次と二次は同一モードを持つ，三次と四次はモードチェンジしたことが明らかになった。

最適形状を局部的に図9のように示す。図中より，僅かな形状変更で固有振動数の値を約2倍にあげることができた。この結果から，全体剛性を補強し固有振動数を増加させるためには，リアフロアの最も剛性の弱いと思われる底平面の部分を補強することが非常に有効であることが分かった。

5. まとめ

三次元的な複雑形状をもつ薄肉シェル構造の最適化問題を研究対象とし，ベースベクトル法を中心とした形状最適化手法を提案した。また，複数の数値例の結果によって本法の有効性と妥当性を確認した。今後，幅広い設計分野に本法の応用と展開が大いに期待される。

参考文献 略